



# APLICACIÓN DEL MODELO DE COLUMNA RÍGIDA PARA LA EVALUACIÓN DE FUGAS DE AGUA EN TUBERÍAS SIMPLES

Óscar E. Coronado-Hernández<sup>1</sup>, Vicente S. Fuertes-Miquel<sup>2</sup>,  
Gonzalo López-Patiño<sup>3</sup>, Helena M. Ramos<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia

<sup>2,3</sup>Depto. Ing. Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de València, España

<sup>3</sup>Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal

<sup>2</sup>[vfuentes@upv.es](mailto:vfuentes@upv.es)

## RESUMEN

Las pérdidas de agua en sistemas de distribución de agua potable generalmente son analizadas empleando modelos en período extendido, donde el caudal de fugas varía con la presión. La resolución numérica se suele realizar con el método del gradiente. Estos modelos consideran que las maniobras en las válvulas de regulación ocurren, ya sea de manera manual o automática, en un período de tiempo prolongado. En esta investigación se presenta el desarrollo de un modelo de columna rígida para analizar las pérdidas de agua en redes de distribución, el cual puede emplearse para considerar maniobras de las válvulas de regulación en períodos más cortos de manera que se disponga de mayor precisión al momento de evaluar las pérdidas de agua. Se presenta la aplicación a un caso de estudio para analizar la variación de las presiones y el caudal de fugas en un período de 24 horas.

## Palabras clave

Modelos matemáticos, modelo inercial rígido, fugas, tubería simple.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las fugas de agua en los sistemas de abastecimiento deben ser gestionadas de manera eficiente por las empresas de servicios públicos (ESP) con el fin de reducir los costos de operación y mantenimiento. Estas fugas son producidas por el exceso de presión o por una gestión ineficiente de las ESPs [1]. Todos los sistemas de distribución presentan fugas, por lo cual una gestión eficiente es necesaria para identificar adecuadamente las causas que generan dichas pérdidas. En este sentido, las ESP deben establecer programas para su reducción con miras a mejorar la eficiencia del servicio, lo cual conducirá a una disminución de los costos de tratamiento en las plantas potabilizadoras. De acuerdo con la *International Water Association* (IWA) [2], el caudal inyectado a la red de distribución puede dividirse en dos: (i) el caudal registrado, que corresponde a los consumos facturados en domicilios, industrias, comercios e instituciones; y (ii) el caudal no registrado, que se subdivide en

## SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

pérdidas aparentes (errores en la medición, usuarios sin contadores, acometidas ilegales, caudal inyectado para protección de incendios y el volumen de agua para la limpieza de calles y zonas públicas) y las pérdidas reales (o fugas de agua). La Figura 1 presenta los distintos niveles para analizar los tipos de consumos.

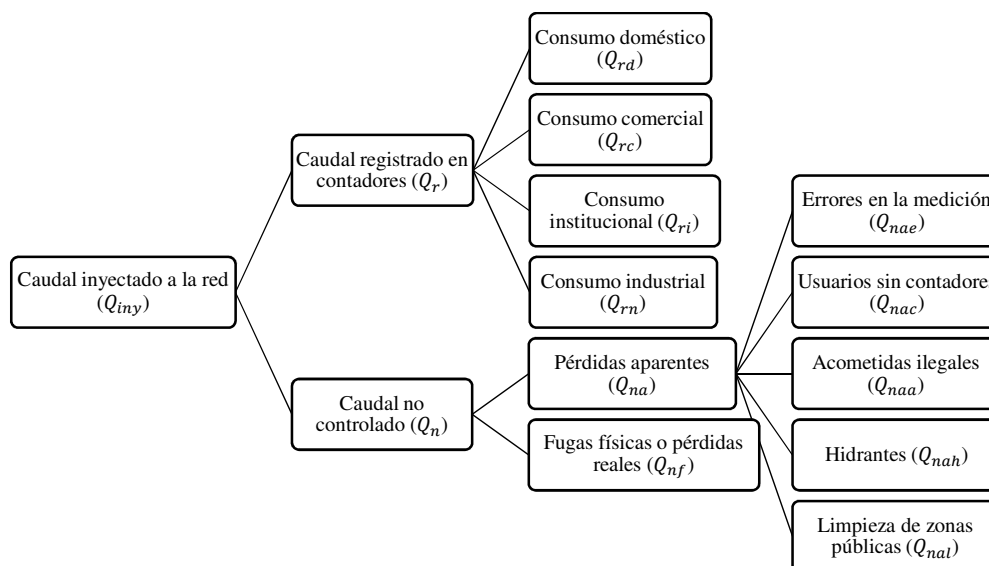


Figura 1. Componentes del balance de agua (Fuente: IWA)

Las fugas ocurren en todos los sistemas de distribución de agua potable (SDAP) y dependen de las características de la red, la estanqueidad obtenida durante el proceso constructivo, las prácticas operacionales de las empresas de servicios públicos (ESP) y el nivel de tecnología y experiencia para controlarla. Las pérdidas de agua también varían de país a país, y dentro de cada país pueden variar entre regiones, por tanto, la estrategia a seguir para reducir las fugas depende de la comprensión que se tenga de cada uno de sus componentes. Las fugas están relacionadas con el coste energético empleado en los SDAP, por lo que es necesario un adecuado control para garantizar la sostenibilidad social, económica y ambiental del sistema. Si no existen medidas efectivas para controlar las pérdidas de agua, el suministro de agua potable será insuficiente para satisfacer las necesidades básicas de la población y dichos costes podrían ser exorbitantes. El entendimiento del comportamiento de las fugas en los SDAP es crucial para la industria del agua a nivel nacional e internacional con el fin de evitar mayores costes de distribución.

Cada programa de control de pérdidas se inicia con un balance de agua para el SDAP analizado (ver Figura 1). Seguidamente, se requiere la implementación de un modelo matemático para el SDAP. Las fugas de agua se simulan considerando consumos dependientes de la presión. La determinación de los caudales en las tuberías y la presión en cada nodo generalmente se lleva a cabo empleando modelos de simulación en período extendido (o modelo cuasi-estático), donde se resuelven simultáneamente las ecuaciones de energía y continuidad a través del método del gradiente [3]. El exceso de presión puede ser reducido y controlado mediante la instalación de válvulas reductoras de presión (VRP) en puntos específicos y reemplazando secciones de tuberías para mejorar el comportamiento

**SMART WATER:**

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

hidráulico, y así contar con medidas para una gestión más eficiente [1]. La instalación de VRP ayuda a mantener una presión de servicio adecuada a lo largo del día, lo que conlleva a una reducción del volumen fugado, especialmente en horas nocturnas. Existe una relación directa entre el grado de apertura de las VRP y la presión de servicio de la red, que está dada por el coeficiente de resistencia de la válvula.

No obstante, las continuas variaciones en el grado de apertura de las VRP en los SDAP generan oscilaciones de presiones que no pueden ser capturadas empleando el modelo cuasi-estático [4], ya que este modelo no considera la inercia del sistema. Cuanto más rápido se produzcan las maniobras en las VRP, menor exactitud se obtiene con el modelo cuasi-estático. La generación de eventos transitorios ha sido útil para detectar fugas en los SDAP [5]. Recientemente, Ayed et al. [6] propusieron un modelo de flujo transitorio para analizar el volumen de agua fugado por una junta en una tubería, el cual no tiene en cuenta ni el balance de agua requerido por las ESP, ni tampoco la modelación de pérdidas de agua considerando consumos dependientes de la presión.

En este trabajo se propone el desarrollo de un modelo inercial rígido (también conocido como ecuación de Euler o de oscilación de masa) que sirve para evaluar fugas de agua en los SDAP. Este modelo es adecuado para capturar los pulsos de presión producidos por las maniobras de las VRP, debido a que no se esperan deformaciones en la pared de la tubería, ni en el propio fluido por las presiones de servicio manejadas [7]. El desarrollo de este tipo de modelo aporta nuevo conocimiento en este campo de investigación, ya que no existe literatura científica específica concerniente a la temática propuesta. Asimismo, permitirá un mejor entendimiento del volumen fugado y será una herramienta más fiable para las ESP en el establecimiento de programas de gestión de pérdidas de agua en comparación con el modelo cuasi-estático. Las ESP deben minimizar las fugas todo lo posible y por tanto el desarrollo de nuevos modelos matemáticos para el análisis de fugas tienen gran interés para el sector de agua potable.

Los modelos matemáticos actuales para evaluar las pérdidas de agua en sistemas de distribución de agua potable consideran modelos cuasi-estáticos para valorar el volumen de agua para un período de tiempo determinado, usualmente 24 horas. Estos modelos desprecian la inercia del sistema que viene dada por la variación de la velocidad local y/o convectiva. Sin embargo, las ESPs deben limitar la presión de servicio en horas nocturnas con el fin de disminuir las pérdidas de agua, lo que requiere maniobras en las válvulas de regulación. Cuando se presentan maniobras rápidas en dichas válvulas, la inercia del sistema puede producir una variación en la evolución de la presión del sistema y, en consecuencia, en el caudal fugado. Es importante resaltar el hecho de que las oscilaciones de presión que se presentan cuando se realizan variaciones en válvulas de regulación pueden ser empleadas para detectar fugas y tuberías colmatadas ([5] y [8]). En este trabajo se plantean las ecuaciones algebraicas-diferenciales para evaluar las fugas de agua considerando la inercia del sistema hidráulico mediante el término de velocidad local ( $dv/dt$ ).

## 2. METODOLOGÍA

Generalmente los modelos de fugas de agua son analizados empleando la ecuación de Bernoulli en período extendido considerando que las maniobras en las válvulas de regulación se realizan de manera controlada y prolongada.

SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

En este trabajo se ha aplicado la ecuación del modelo rígido para determinar las fugas de agua. A continuación, se presenta el modelo matemático para analizar las fugas en una tubería simple (ver Figura 2).

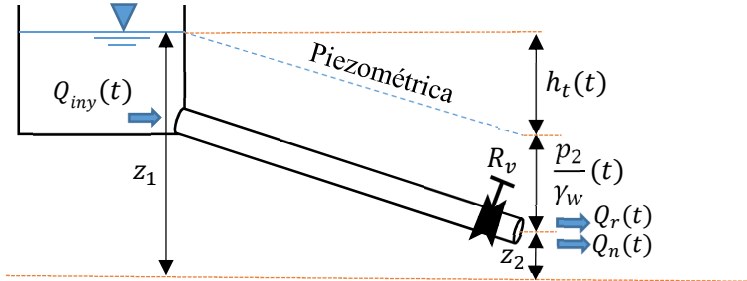


Figura 2. Esquema de una tubería simple

A partir del balance de agua (ver Figura 2) en una tubería simple:

$$Q_{iny}(t) = Q_r(t) + Q_n(t) \quad (1)$$

Teniendo en cuenta los componentes del balance de agua propuesto por la IWA [2]:

$$Q_{iny}(t) = Q_{rd}(t) + Q_{rc}(t) + Q_{ri}(t) + Q_{rn}(t) + Q_{nae}(t) + Q_{nac}(t) + Q_{naa}(t) + Q_{nah}(t) + Q_{nai}(t) + Q_{nf}(t) \quad (2)$$

Donde el caudal registrado  $Q_r(t)$  puede simularse considerando consumos independientes de la presión. Aguas abajo del sistema la presión varía a lo largo del tiempo, por lo que:

$$Q_r(t) = C_r(t) \overline{Q_r} \quad (3)$$

Donde  $C_r$  = coeficiente de modulación para  $Q_r(t)$  y  $\overline{Q_r}$  = caudal medio de  $Q_r(t)$ .

Por otro lado, el consumo  $Q_{nf}(t)$  es dependiente de la presión, es decir, a mayor presión se tiene un mayor consumo y viceversa

$$Q_{nf}(t) = K_f \sqrt{\frac{p_2}{\gamma_w}}(t) \quad (4)$$

Donde  $K_f$  = coeficiente emisor,  $p_2/\gamma_w$  = presión en el nodo 2 y  $\gamma_w$  = peso específico del agua.

SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

Para los análisis se ha considerado que el exponente emisor tiene un valor de 0.5, el cual ha sido ampliamente adoptado por muchos autores.

La ecuación (4) muestra que en las horas nocturnas se obtienen mayores pérdidas de agua puesto que la presión es mayor. El resto de los consumos para el balance de agua se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Otros consumos

| Tipo de consumo          | Observación   |
|--------------------------|---|
| $Q_{nae}(t)$             | Se requiere analizar contadores de agua para determinar su precisión. |
| $Q_{nac}(t), Q_{naa}(t)$ | Se debe caracterizar por parte de las ESPs.                           |
| $Q_{nah}(t)$             | Consumo dependiente de la presión.                                    |
| $Q_{nal}(t)$             | Dependen de su frecuencia.  |

Al reemplazar las ecuaciones (3) y (4) en la ecuación (2) y despreciando los consumos de la Tabla 1 se tiene que:

$$Q_{iny}(t) = C_{rd}(t)\overline{Q_{rd}} + C_{rc}(t)\overline{Q_{rc}} + C_{ri}(t)\overline{Q_{ri}} + C_{rn}(t)\overline{Q_{rn}} + K_f \sqrt{\frac{p_2}{\gamma_w}}(t) \quad (5)$$

Considerando ahora las ecuaciones de continuidad y momentum para una tubería simple:

$$\frac{gA}{a^2} \frac{dH}{dt} + \frac{\partial Q_{iny}}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{dQ_{iny}}{dt} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{2fQ_{iny}|Q_{iny}|}{\pi d_0^3} + \frac{R_v Q_{iny}|Q_{iny}| d_0^2 \pi g}{4l} + \frac{2 \sum k_m Q_{iny}|Q_{iny}|}{\pi l d_0^2} = 0 \quad (7)$$

Donde  $f$  = factor de fricción,  $l$  = longitud de la tubería (m),  $d_0$  = diámetro interno de la tubería (m),  $\sum k_m$  = coeficiente global de pérdidas menores y  $R_v$  = coeficiente de resistencia de la válvula ( $\text{ms}^2/\text{m}^6$ ).

Y teniendo en cuenta que los caudales de fugas tienden a reducir las sobrepresiones que puedan producirse por las maniobras automáticas de las VRP, es de esperar que ni la tubería sufra deformaciones ni la columna de agua se comprime durante la ocurrencia de estos eventos. Teniendo en cuenta lo anterior, se considera una tubería rígida que implica que la celeridad de la onda tienda a infinito ( $a \rightarrow \infty$ ). Por ende  $\frac{\partial Q_{iny}}{\partial x} = 0$ , llegando a demostrar que la ecuación de continuidad se reduce a:

$$Q_{iny} = Q_{iny}(t) = C_{rd}\overline{Q_{rd}} + C_{rc}\overline{Q_{rc}} + C_{ri}\overline{Q_{ri}} + C_{rn}\overline{Q_{rn}} + K_f \left(\frac{p_2}{\gamma_w}\right)^{0.5} \quad (8)$$

SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

Al dividir por  $gA$  en la ecuación de momentum se llega a:

$$\frac{1}{gA} \frac{dQ_{iny}}{dt} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{2fQ_{iny}|Q_{iny}|}{gA\pi d_0^3} + \frac{R_v Q_{iny}|Q_{iny}|d_0^2\pi}{4lA} + \frac{2\sum k_m Q_{iny}|Q_{iny}|}{\pi d_0^2 gA} = 0 \quad (9)$$

Integrando para un valor genérico  $t$  a lo largo de una tubería de área  $A$  entre dos puntos separados una longitud  $l$ , se llega a:

$$\left( \frac{1}{gA} \frac{dQ_{iny}}{dt} + \frac{2fQ_{iny}|Q_{iny}|}{gA\pi d_0^3} + \frac{R_v Q_{iny}|Q_{iny}|d_0^2\pi}{4lA} + \frac{2\sum k_m Q_{iny}|Q_{iny}|}{\pi d_0^2 gA} \right) \int_1^2 dx + H_2 - H_1 = 0 \quad (10)$$

Reorganizando los términos se tiene que:

$$H_1 = H_2 + \frac{l}{gA} \frac{dQ_{iny}}{dt} + \frac{2flQ_{iny}|Q_{iny}|}{gA\pi d_0^3} + \frac{R_v Q_{iny}|Q_{iny}|d_0^2\pi}{4A} + \frac{2\sum k_m Q_{iny}|Q_{iny}|}{\pi d_0^2 gA} \quad (11)$$

$$z_1 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_w} + \frac{4l}{g\pi d_0^2} \frac{dQ_{iny}}{dt} + \frac{8flQ_{iny}|Q_{iny}|}{g\pi^2 d_0^5} + R_v Q_{iny}|Q_{iny}| + \frac{8\sum k_m Q_{iny}|Q_{iny}|}{g\pi^2 d_0^4} \quad (12)$$

$$\frac{dQ_{iny}}{dt} = \frac{(z_1 - z_2)g\pi d_0^2}{4l} - \frac{2fQ_{iny}^2}{\pi d_0^3} - \frac{R_v Q_{iny}^2 g\pi d^2}{4l} - \frac{g\pi d_0^2 p_2}{4l \gamma_w} \quad (13)$$

La ecuación anterior simula el comportamiento del agua considerando el modelo de columna inercial rígida [7].

El factor de fricción puede determinarse empleando la formulación de Colebrook-White o Swamee-Jain:

$$f(t) = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{k_s}{3.7d} + \frac{5.74}{\mathbf{Re}(t)^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (14)$$

Donde  $k_s$  = rugosidad absoluta de la tubería y  $\mathbf{Re}$  = número de Reynolds.

Finalmente, las fugas reales se determinan a partir de la resolución numérica de las ecuaciones (5), (13) y (14). Se debe satisfacer que  $\overline{Q_{nf}}$  (conocido) sea  $\frac{\sum_{i=0}^T Q_{nf,i}}{T}$ , donde  $T$  = período de análisis. Se debe variar  $K_f$  para satisfacer la condición anterior teniendo en cuenta

SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

que  $\frac{\bar{p}_2}{\gamma_w} = \frac{\sum_{i=0}^T p_{2,i}/\gamma_w}{T}$ . El valor semilla para  $K_f$  se calcula considerando la presión estática en el nodo aguas abajo y  $\bar{Q}_{nf}$  para la condición de flujo permanente.

### 3. APLICACIÓN PRÁCTICA

Se pretende analizar la evolución de las fugas de agua para una tubería simple con las siguientes características:  $l = 1300$  m,  $d = 300$  mm,  $k_s = 0.0015$  mm,  $\Delta z = z_1 - z_2 = 45$  m,  $\Sigma k_m = 5$  y  $R_v = 210$  ms<sup>2</sup>/m<sup>6</sup>. Para los análisis se ha considerado una viscosidad cinemática  $\vartheta = 1 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Para realizar el balance de agua se han obtenido los siguientes datos:  $\bar{Q}_{iny} = 140.0$  l/s y  $\bar{Q}_r = 91.0$  l/s (con  $\bar{Q}_{rd} = 75.5$  l/s y  $\bar{Q}_{rn} = 15.5$  l/s). En la Figura 3 se muestran los coeficientes de modulación para los consumos domésticos e industriales.

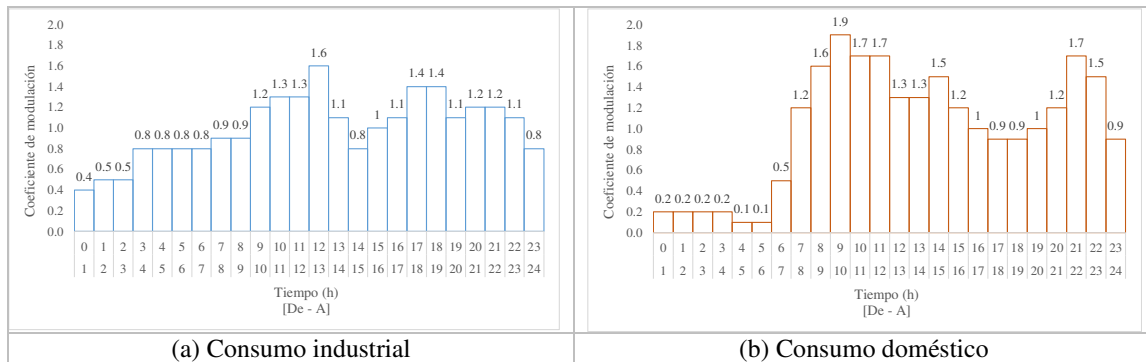


Figura 3. Coeficientes de modulación

El valor inicial de los parámetros fueron determinados considerando una velocidad local nula ( $dv/dt = 0$ ) mediante la resolución de las ecuaciones (5), (13) y (14). De esta manera, se obtuvo un coeficiente emisor  $K_f = 9.41$  l/s/mca<sup>0.5</sup> y un caudal inyectado en la planta potabilizadora  $Q_{iny}(t = 0) = 79$  l/s, el cual será utilizado como condición inicial del modelo matemático.

En la Figura 4 se presentan los resultados obtenidos al aplicar el modelo rígido. La presión máxima es de 39.5 m y ocurre entre las 4 y 6 horas. Para ese período, también se presentan los mayores caudales fugados, con un valor de 59.1 l/s. El mayor caudal en la planta potabilizadora es de 197.3 l/s (de las 9 a 10 horas) y el mínimo es de 79 l/s (ocurre entre 4 y 6 am). Los resultados encontrados indican que el modelo matemático desarrollado representa los patrones de caudales fugados mostrando que la resolución numérica adoptada es adecuada para este tipo de situaciones.

SMART WATER:

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

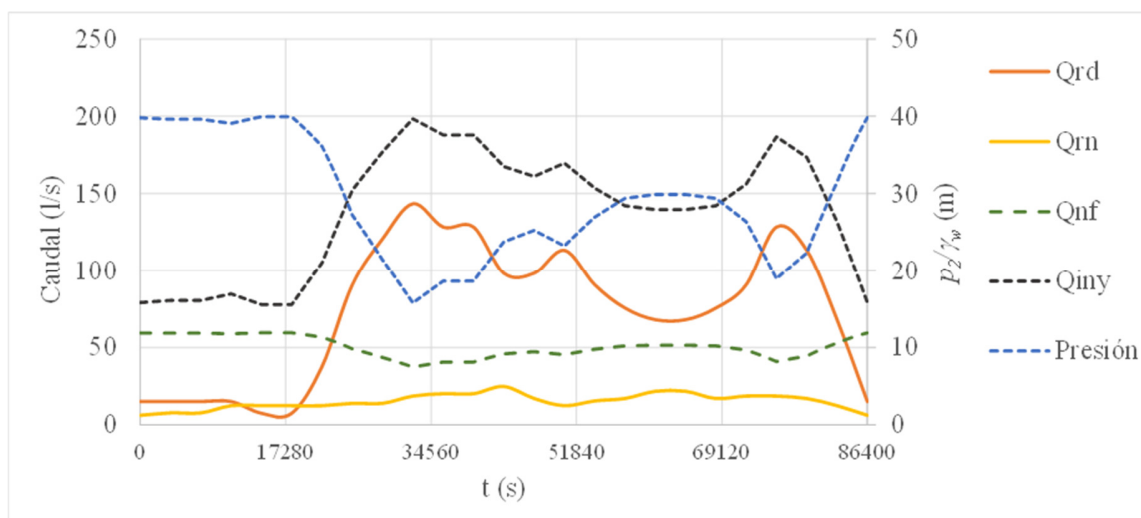


Figura 4. Resultados del modelo matemático

En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos con el modelo rígido para un intervalo de tiempo de 0.5 s. Este intervalo de tiempo debe ser seleccionado cuidadosamente. Por un lado, no debe ser excesivamente pequeño para no contar con una gran cantidad de datos innecesarios. Por otro lado, no debe ser excesivamente grande para garantizar que se capture la información de las maniobras de las válvulas de regulación.

Tabla 2. Resultados del modelo rígido

| t (s)   | $\frac{p_2}{\gamma_w}$<br>(mca) | $Q_{iny}$<br>(l/s) | $Q_{nf}$<br>(l/s) |
|---------|---------------------------------|--------------------|-------------------|
| 0.0     | 39.85                           | 79.00              | 59.40             |
| 0.5     | 39.83                           | 78.99              | 59.39             |
| 1.0     | 39.82                           | 78.98              | 59.38             |
| 1.5     | 39.81                           | 78.97              | 59.37             |
| 2.0     | 39.80                           | 78.97              | 59.37             |
| 2.5     | 39.80                           | 78.96              | 59.36             |
| 3.0     | 39.80                           | 78.96              | 59.36             |
| 3.5     | 39.80                           | 78.96              | 59.36             |
| 4.0     | 39.79                           | 78.96              | 59.36             |
| 4.5     | 39.79                           | 78.96              | 59.36             |
| ...     | ...                             | ...                | ...               |
| 46554.0 | 25.13                           | 161.55             | 47.17             |
| 46554.5 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |
| 46555.0 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |
| 46555.5 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |
| 46556.0 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |



**SMART WATER:**

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

| t (s)   | $\frac{p_2}{\gamma_w}$<br>(mca) | $Q_{iny}$<br>(l/s) | $Q_{nf}$<br>(l/s) |
|---------|---------------------------------|--------------------|-------------------|
| 46556.5 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |
| 46557.0 | 25.13                           | 161.54             | 47.17             |
| ...     | ...                             | ...                | ...               |
| 86397.0 | 39.82                           | 79.02              | 59.38             |
| 86397.5 | 39.82                           | 79.02              | 59.38             |
| 86398.0 | 39.82                           | 79.01              | 59.38             |
| 86398.5 | 39.82                           | 79.00              | 59.38             |
| 86399.0 | 39.82                           | 78.99              | 59.38             |
| 86399.5 | 39.82                           | 78.99              | 59.38             |
| 86400.0 | 39.82                           | 78.98              | 59.38             |

**4. CONCLUSIONES**

En este trabajo de investigación se ha desarrollado un modelo matemático que permite simular el comportamiento del caudal fugado considerando el modelo de columna rígida. Se trata de un modelo más completo en comparación con los modelos matemáticos que se utilizan habitualmente, los cuales están basados en simulaciones en período extendido.

El modelo matemático propuesto se ha aplicado a un caso de estudio, en el cual se ha considerado un consumo doméstico y un consumo industrial. La condición inicial del modelo matemático y el coeficiente emisor para simular las fugas se han obtenido aplicando el modelo cuasi-estático. Para el desarrollo de este trabajo no se ha considerado una variación en la válvula de regulación localizada aguas abajo, por lo que los resultados del modelo rígido tenderán a proporcionar valores similares a los obtenidos con el modelo cuasi-estático. Se puede afirmar que la resolución numérica del sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales proporciona una solución adecuada al problema del caudal fugado.

Para trabajos futuros se pretende aplicar el modelo propuesto considerando las maniobras en las válvulas de regulación para atender las variaciones horarias, especialmente durante las horas nocturnas. Cuando disminuyen los consumos, las válvulas automáticas deberán cerrar parcialmente con el fin de disminuir las presiones de servicio. En este caso, los efectos inerciales del sistema ( $dv/dt$ ) tendrán mayor relevancia y, en consecuencia, se observarán mayores diferencias entre los resultados del modelo inercial rígido en comparación con la aplicación del modelo cuasi-estático (simulación en periodo extendido).

**REFERENCIAS**

- [1] H.M. Ramos, A. Kuriqi, O.E. Coronado-Hernández, P.A. López-Jiménez, M. Pérez-Sánchez, "Are digital twins improving urban-water systems efficiency and sustainable development goals?", *Urban Water Journal*, Vol. 20, 2023, pendiente de publicación.

**SMART WATER:**

Transición hacia sistemas inteligentes, sostenibles y resilientes

- [2] W. Hirner, A. Lambert, Losses from water supply systems: standard terminology and recommended performance measures, International Water Association (IWA), Task Force on Water Losses, London, UK, 2000.
- [3] R. Salgado, E. Todini, P.E. O’Connell, “Comparison of the gradient method with some traditional methods for the analysis of water supply distribution networks”, Computer applications in water supply: vol. 1---systems analysis and simulation, Junio 1988, pp. 36-62.
- [4] J. Almandoz, E. Cabrera, F. Arregui, E. Cabrera Jr., R. Cobacho, “Leakage assessment through water distribution network simulation”, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 131, No. 6, Noviembre 2005, pp. 458-466.
- [5] B. Brunone, F. Maietta, C. Capponi, H.F. Duan, S. Meniconi, “Detection of partial blockages in pressurized pipes by transients tests: a review of the physical experiments”, Fluids, Vol. 8, No. 1, Enero 2023, 19.
- [6] L. Ayed, Z. Hafs, S. Elaoud, S. Meniconi, B. Brunone, “A transient-based analysis of a leak in a junction of a series pipe system: mathematical development and numerical modeling”, Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice, Vol. 14, No. 2, Mayo 2023, 04023009.
- [7] O.E. Coronado-Hernández, V.S. Fuertes-Miquel, P.L. Iglesias-Rey, F.J. Martínez-Solano, “Rigid water column model for simulating the emptying process in a pipeline using pressurized air”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 144, No. 4, Abril 2018, 06018004.
- [8] D. Covas, H. Ramos, A.B. Almeida, “Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems”, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 131, No. 12, Diciembre 2005, pp. 1106-1116.